

COLLES DE MATHS

Semaine 15, du 16 au 21 janvier 2023

12 SUITES ET SÉRIES DE FONCTIONS

I Suites de fonctions

- 1) Convergence
- 2) Théorème de continuité pour une suite de fonctions
- 3) Théorème de la double limite pour une suite de fonctions
- 4) Intégration d'une suite de fonctions
- 5) Dérivation d'une suite de fonctions

6) Extension

II Série de fonctions

- 1) Convergence
- 2) Théorème de continuité pour une série de fonctions
- 3) Théorème de limite pour une série de fonctions
- 4) Théorème d'intégration d'une série de fonctions
- 5) Théorème de dérivation d'une série de fonctions

6) Extension

III Approximation des fonctions d'une variable réelle

- 1) Approximation par des fonctions en escalier
- 2) Théorème de Weierstrass

QUESTIONS DE COURS

- Etudier la convergence simple, la convergence uniforme et la convergence uniforme sur tout segment de la suite de fonctions $f_n(x) = nx \exp(-nx)$ sur $]0, +\infty[$.
- Montrer que la fonction $\zeta : x \mapsto \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$ (fonction Zeta de Riemann) est continue sur $]1, +\infty[$.
- Déterminer $\lim_1 \zeta$ et $\lim_{+\infty} \zeta$.
- Etudier la convergence normale et la convergence uniforme de la série de fonctions $\sum \frac{x^n}{n}$ sur $[-1, 0]$
- Etudier la convergence uniforme de la série de fonctions $\sum x^{n+1} \ln x$ sur $]0, 1[$.

SEMAINE SUIVANTE :

Probabilités (I)