

COLLES DE MATHS

Semaine 3, du 26 septembre au 1er octobre 2022

3 FONCTIONS D'UN ESPACE VECTORIEL NORMÉ (Partie I)

I Vocabulaire

- 1) Application
- 2) Application lipschitzienne

II Limite d'une application

- 1) Définitions
- 2) Théorème de la limite monotone
- 3) Théorème de caractérisation séquentielle des limites
- 4) Opérations sur les limites
- 5) Relations de comparaison

III Fonction continue

- 1) Définitions, propriétés élémentaires
- 2) Théorème de caractérisation séquentielle de la continuité
- 3) Théorème de continuité des applications linéaires
- 4) Théorème de continuité des applications multilinéaires
- 5) Continuité uniforme

IV Propriétés des fonctions réelles d'une variable réelle (rappels)

- 1) Théorème des valeurs intermédiaires
- 2) Image d'un segment par une fonction continue
- 3) Théorème de Rolle et des accroissements finis
- 4) Théorème de la bijection

V Développements limités (rappels)

- 1) Définitions
- 2) Formule de Taylor-Young
- 3) Opérations
- 4) Formules à connaître

QUESTIONS DE COURS

- Théorème de caractérisation séquentielle des limites :
 b est la limite de f en a si et seulement si pour toute suite (x_n) d'éléments de D qui converge vers a , la suite $(f(x_n))$ converge vers b .
- Théorème de continuité des applications linéaires :
Soient E et F deux espaces vectoriels normés sur le même corps et u une application linéaire de E vers F . u est continue sur E si et seulement si $\exists k \in \mathbb{R}^{+*} \quad \forall x \in E \quad \|u(x)\| \leq k\|x\|$
- Théorème des bornes atteintes :
Toute fonction f continue d'un segment $[a, b]$ dans \mathbb{R} est bornée et atteint ses bornes.
- Enoncé des formules de développements limités à connaître.

SEMAINE SUIVANTE :

Matrices